

## ALJABAR SMA

1. Tentukan semua pasangan bilangan real  $(x,y)$  yang memenuhi  $x^3 - y^3 = 4(x - y)$  dan  $x^3 + y^3 = 2(x + y)$ .
2. Banyaknya pasangan bilangan real  $(x, y)$  yang memenuhi persamaan  $x = x^2 + y^2$  dan  $y = 2xy$  adalah ....  
A. 0                      B. 1                      C. 2                      D. 3                      E. 4
3. Untuk setiap pasangan bilangan asli  $a$  dan  $b$ , sebuah fungsi memenuhi  $b^2 f(a) = a^2 f(b)$ . Bila  $f(2) \neq 0$  maka nilai dari  $\frac{f(7) - f(1)}{f(2)}$  adalah .....
4. Jika  $x$  memenuhi persamaan  $(x^2 + 3x + 2)(x^2 + 7x + 12) + (x^2 + 5x + 6) = 0$ , maka tentukan himpunan semua nilai  $x$  real yang memenuhi....
5. Diketahui  $a + (a+1) + (a+2) + \dots + 50 = 1139$ . Jika  $a$  bilangan positif, maka  $a = \dots$
6. Pada sebuah barisan aritmatika, nilai suku ke-25 tiga kali nilai suku ke-5. Suku yang bernilai dua kali nilai suku pertama adalah suku ke  $\dots$
7. Himpunan semua  $x$  yang memenuhi  $(x-1)^3 + (x-2)^2 = 1$  adalah....
8. Nilai maksimum  $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2 - 4x + 3}$  adalah....
9. Jika  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 47$  maka  $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = \dots$
10. Untuk bilangan real  $a, b$  dan  $c$ , buktikan bahwa  $5a^2 + 5b^2 + 5c^2 \geq 4ab + 4bc + 4ac$  dan tentukan kapan kesamaan berlaku
11. Misalkan  $k$  dan  $m$  bilangan-bilangan asli sehingga  $\frac{1}{2}(\sqrt{k+4\sqrt{k}} - \sqrt{k})$  adalah bilangan bulat. Buktikan bahwa  $\sqrt{k}$  bilangan rasional.
12. Parabola  $y = ax^2 + bx + c$  memiliki puncak dengan koordinat  $(4, 2)$ . Jika titik  $(2, 0)$  terletak pada parabola, maka  $abc = \dots$
13. Tentukan semua triple bilangan bulat  $(x,y,z)$  yang memenuhi sistem persamaan
$$\begin{aligned}x(y+z) &= y^2 + z^2 - 2 \\ y(z+x) &= z^2 + x^2 - 2 \\ z(x+y) &= x^2 + y^2 - 2\end{aligned}$$
14. Misalkan  $a, b, c$  bilangan-bilangan asli. Jika semua akar ketiga persamaan

$$x^2 - 2ax + b = 0$$

$$x^2 - 2bx + c = 0 \text{ adalah bilangan asli, tentukan a, b dan c}$$

$$x^2 - 2cx + a = 0$$

15. Jika  $(x-1)^2$  membagi  $ax^4 + bx^3 + 1$  maka  $ab = \dots$
16. Afkar memilih suku-suku barisan geometri tak hingga  $1, 1/2, 1/4, 1/8, \dots$  untuk membuat barisan geometri tak hingga baru yang jumlahnya  $1/7$ . Tiga suku pertama pilihan Afkar adalah...
17. Sebuah himpunan tiga bilangan asli disebut himpunan aritmatika jika salah satu unsurnya merupakan rata-rata dari dua unsurnya merupakan rata-rata dari dua unsur lainnya. Banyaknya subhimpunan aritmatika dari  $\{1, 2, 3, \dots, 8\}$  adalah...
18. Jika  $a, b$  dua bilangan asli,  $a \leq b$ , sehingga adalah  $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{a}}{\sqrt{4} + \sqrt{b}}$  bilangan rasional, maka pasangan terurut  $(a, b) = \dots$
19. Jika  $\alpha, \beta$  dan  $\gamma$  adalah akar-akar persamaan  $x^3 - x - 1 = 0$  tentukan  $\frac{1+\alpha}{1-\alpha} + \frac{1+\beta}{1-\beta} + \frac{1+\gamma}{1-\gamma}$
20. Misalkan  $A$  dan  $B$  dua himpunan, masing-masing beranggotakan bilangan-bilangan asli yang berurutan. Jumlah rata-rata aritmatika unsur-unsur  $A$  dan rata-rata aritmatika unsur-unsur  $B$  adalah 5002. Jika  $A \cap B = \{2005\}$  tentukan unsur terbesar yang mungkin dari  $A \cup B$ .
21. Barisan bilangan asli  $(a, b, c)$ , dengan  $a \geq b \geq c$ , yang memenuhi sekaligus dua persamaan  $ab + bc = 44$  dan  $ac + bc = 23$  adalah....
22. Banyaknya bilangan bulat  $(x, y)$  yang memenuhi persamaan  $2xy - 5x + y = 55$  adalah....
23. Banyaknya himpunan  $X$  yang memenuhi  $\{1, 2\} \subseteq X \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$  adalah....
24. Temukan semua pasangan bilangan bulat  $(x, y)$  yang memenuhi  $1/x + 1/y = 1/3$  adalah...
25. Bentuk sederhana dari  $\frac{(2^3 - 1)(3^3 - 1)(4^3 - 1) \dots (100^3 - 1)}{(2^3 + 1)(3^3 + 1)(4^3 + 1) \dots (100^3 + 1)}$  adalah ...